À L'ORAL

15 On considère deux événements A et B et le tableau de probabilité suivant.

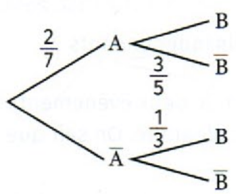
	A	$\overline{A}$	Total
B			0,6
$\overline{B}$	0,1		
Total		0,7	1

1. Quelles sont les probabilités indiquées dans le tableau ?

2. Compléter le tableau.

3. Calculer $P(A \cup B)$ de deux manières différentes.

16 On considère deux événements A et B et l'arbre de probabilité suivant.



1. Quelles sont les probabilités données ?

2. Déterminer les probabilités manquantes.

3. En déduire $P(B)$.

17 On considère deux événements A et B tels que $P(A) = 0{,}3$, $P(A \cap B) = 0{,}2$ et $P(B) = 0{,}6$.

Calculer $P(A \cup B)$, $P_B(A)$ et $P_A(B)$.

18 On considère les événements A et B de probabilités respectives $\frac{7}{8}$ et $\frac{2}{7}$ et tels que $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$.

A et B sont-ils indépendants ?

19 On considère deux événements A_1 et A_2 dont les probabilités sont données dans le tableau suivant.

	A_1	$\overline{A_1}$	Total
A_2		0,15	
$\overline{A_2}$			0,8
Total	0,7		1

1. Recopier et compléter le tableau.

2. En déduire $P_{A_1}(A_2)$ et $P_{A_2}(A_1)$.

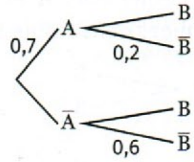
20 Si A et B sont des événements tels que $P(A) = 0{,}8$ et $P(A \cap B) = 0{,}2$, à quoi est égale $P_A(B)$?

21 Deux événements A et B vérifient $P(A) = 0{,}45$, $P(B) = 0{,}6$ et $P(A \cup B) = 0{,}9$.

1. Calculer $P(A \cap B)$.

2. En déduire $P_B(A)$ et $P_A(B)$.

22 On considère deux événements A et B dont les probabilités sont données dans l'arbre suivant.



$P(A \cap B) = ...$
$P(A \cap \overline{B}) = ...$
$P(\overline{A} \cap B) = ...$
$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = ...$

1. Recopier et compléter l'arbre.

2. Calculer $P(B)$.

23 On considère trois événements A, B et C qui forment une partition de l'univers. On considère également un événement E tel que $P(C \cap E) = 0{,}15$, $P_A(E) = 0{,}2$, $P(A) = 0{,}7$ et $P(B \cap E) = 0{,}31$.

Calculer $P(E)$.

24 On lance un dé équilibré à six faces et on considère les événements suivants.

A : « le résultat est un nombre supérieur ou égal à 4 ».

B : « le résultat est un nombre pair ».

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.

2. Comment remarque-t-on sur l'arbre que A et B ne sont pas indépendants ?

25 Les événements A et B de probabilités respectives 0,5 et 0,7 sont indépendants.

1. Calculer $P(A \cap B)$.

2. Calculer $P(\overline{A} \cap B)$ de deux manières différentes.

26 Les événements A et B sont indépendants. On sait que $P(A) = 0{,}8$ et $P(A \cap B) = 0{,}45$.

Calculer $P(B)$.

27 Deux événements A et B sont indépendants et ont la même probabilité. De plus $P(A \cap B) = 0{,}25$.

Calculer $P(A)$.

28 Deux événements A et B vérifient $P(A) = 0{,}7$, $P(A \cap B) = 0{,}63$ et $P(B) = 0{,}8$.

1. A et B sont-ils indépendants ?

2. Calculer $P_B(A)$.

3. Calculer $P_A(B)$.

DIFFÉRENCIATION

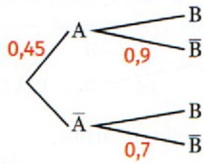
Parcours 1 : exercices 36 ; 38 ; 47 ; 54 et 67
Parcours 2 : exercices 43 ; 51 ; 57 ; 60 ; 65 ; 73 ; 81 et 87
Parcours 3 : exercices 46 ; 49 ; 61 ; 66 ; 80 ; 83 et 88

Exercices FLASH

29 On considère une expérience aléatoire et deux événements A et B. On a $P(A)=0{,}8$ et $P(A\cap B)=0{,}56$.

Calculer $P_A(B)$.

30 On considère deux événements A et B dont les probabilités sont données dans l'arbre suivant.



1. Calculer $P_A(B)$.
2. Calculer $P_{\overline{A}}(\overline{B})$.
3. Calculer la probabilité de chacune des issues $P(A\cap B)$, $P(A\cap\overline{B})$, $P(\overline{A}\cap\overline{B})$ et $P(\overline{A}\cap B)$.

31 On considère l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé équilibré à six faces. On considère les événements A « le résultat est un nombre pair » et B « le résultat est supérieur ou égal à 4 ».

A et B sont-ils indépendants ?

32 On considère une expérience aléatoire et deux événements A et B. Les probabilités de A et B sont récapitulées dans le tableau suivant.

	B	$\overline{B}$	Total
A	0,2	0,3	
$\overline{A}$	0,1		
Total			1

1. Reproduire et compléter le tableau.
2. Calculer $P_A(B)$ et $P_B(A)$.
3. Calculer $P_B(\overline{A})$.

33 On considère une expérience aléatoire et deux événements A et B. On donne : $P_B(A)=0{,}4$, $P(B)=0{,}1$ et $P(A\cap\overline{B})=0{,}7$.

1. Calculer $P(A)$.
2. A et B sont-ils indépendants ?

34 Soient A et B deux événements indépendants d'une expérience aléatoire. On sait que $P(B)=0{,}8$ et $P(A)=0{,}5$.

1. Rappeler la formule qui lie la probabilité de la réunion de deux événements A et B et la probabilité de leur intersection.
2. Calculer $P(A\cup B)$.

1 Probabilités conditionnelles

35 [Modéliser.]

On a demandé à 180 élèves s'ils étaient demi-pensionnaires ou internes ainsi que la langue vivante étudiée hormis l'anglais (espagnol ou allemand). On choisit un élève au hasard.

On note A l'événement « l'élève apprend l'allemand », E : « l'élève apprend l'espagnol » et I « l'élève est interne ».

1. Recopier et compléter le tableau suivant.

	Allemand	Espagnol	Total
DP			100
Interne		50	
Total	40		180

2. a. Calculer $P(A)$ et $P(A\cap I)$.
b. En déduire $P_A(I)$ et interpréter le résultat par une phrase.
3. Calculer la probabilité d'obtenir un élève interne sachant qu'il apprend l'espagnol.

36 [Calculer.]

On considère deux événements A et B dont les probabilités sont données dans le tableau suivant.

	A	$\overline{A}$	Total
B	0,3		
$\overline{B}$			0,6
Total		0,6	

1. Recopier et compléter le tableau.
2. Calculer $P_A(B)$ et $P_B(\overline{A})$.

37 [Raisonner.]

On suppose que A et B sont deux événements de probabilité non nulle.

Établir que $P_A(B)\times\left(\dfrac{1}{P_B(A)}-1\right)=\dfrac{P(A\cup B)}{P(A)}-1$.

38 [Calculer.]

Soient A et B deux événements tels que $P_A(B)=0{,}8$ et $P_B(A)=0{,}6$ et $P(A)=0{,}4$.

1. Calculer $P(A\cap B)$.
2. En déduire $P(B)$.
3. Calculer alors $P(A\cup B)$.

39 [Calculer.]

Soient deux événements A et B tels que $P(A) = 0{,}8$, $P(B) = 0{,}7$, $P(A \cap \overline{B}) = 0{,}15$ et $P(\overline{A} \cap B) = 0{,}05$.

1. Calculer $P(A \cap B)$.

2. En déduire $P_B(A)$.

40 [Calculer.]

On lance un dé équilibré à six faces et on considère les événements A : « obtenir 4 ; 5 ou 6 » et B : « obtenir un nombre pair ».

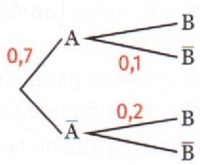
1. Calculer $P_B(A)$.

2. Calculer $P_A(B)$.

3. Calculer $P_{A \cap B}(A \cup B)$.

41 [Calculer.]

On considère deux événements A et B dont les probabilités sont données par l'arbre ci-dessous.



1. Recopier et compléter cet arbre pondéré.

2. Quelle est la probabilité que B se réalise sachant que A n'est pas réalisé ?

42 [Représenter.]

Soient A et B deux événements dont on donne les probabilités dans le tableau suivant.

	B	$\overline{B}$	Total
A	0,16		0,64
$\overline{A}$			
Total	0,48		

1. Recopier et compléter le tableau.

2. En déduire les probabilités $P_A(B)$ et $P_{\overline{A}}(B)$.

3. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

43 [Modéliser.]

Dans une forêt, il y a 30 % d'épicéas et 70 % de sapins. 10 % des arbres ont un parasite. Les épicéas représentent 20 % des arbres touchés. Quelle est la probabilité qu'un épicéa soit touché par le parasite ?

44 [Calculer.]

Dans la trousse de Sophie, il y a quinze crayons indiscernables au toucher. Cinq sont noirs, trois sont blancs, quatre sont rouges et trois sont verts. Elle choisit au hasard un crayon. Chaque crayon a la même probabilité d'être choisi.

1. Quelle est la probabilité qu'elle choisisse un crayon noir ?

2. Quelle est la probabilité qu'elle choisisse un crayon vert sachant que l'événement « elle n'a pas tiré un crayon noir » est réalisé ?

45 [Chercher.]

Raphaël consulte les températures de la semaine prochaine et obtient le tableau ci-dessous.

L	M	M	J	V	S	D
16 °	23 °	21 °	18 °	14 °	13 °	14 °

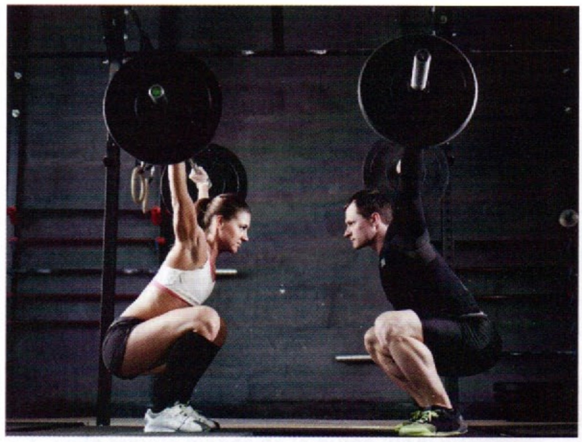
Il choisit une journée au hasard pour aller faire du vélo. On suppose que chaque journée à la même probabilité d'être choisie.

1. Quelle est la probabilité de choisir un jour où la température est supérieure à 15 °C sachant qu'elle est inférieure à 20 °C ?

2. Quelle est la probabilité de choisir un jour où la température est inférieure à 20 °C sachant qu'elle est supérieure à 15 °C ?

46 [Modéliser.]

Vincent et Anne sont haltérophiles. La probabilité que Vincent soulève plus de 100 kg est égale à 0,75, alors que la probabilité qu'Anne soulève plus de 100 kg est égale à 0,6. La probabilité qu'au moins l'un des deux soulève plus de 100 kg est égale à 0,85.



1. Quelle est la probabilité qu'ils soulèvent 100 kg tous les deux ?

2. Anne vient de voir Vincent soulever 100 kg. Quelle est la probabilité qu'elle-même soulève 100 kg ?

47 [Chercher.]

On choisit au hasard une figure parmi les suivantes. Chaque figure a la même probabilité d'être choisie.

On considère les événements suivants :

- V : « la figure est verte » ;
- R : « la figure est rouge » ;
- N : « la figure est noire » ;
- B : « la figure est bleue » ;
- C : « la figure est un cercle » ;
- K : « la figure est un carré » ;
- Z : « la figure fait des vagues ».

1. Modéliser cette situation par un tableau.

2. Calculer $P_C(V)$ et $P_B(Z)$.

3. Calculer $P_R(Z)$ et $P_K(B)$.

48 [Modéliser.]

Un algorithme de détection de fraudes a été rédigé. Parmi toutes les fraudes, il en détecte 80 %. Il détecte un problème sur 10 % des dossiers étudiés et, parmi les cas qu'il détecte, 50 % sont effectivement des fraudes.

1. Calculer la probabilité qu'un dossier soit détecté et frauduleux.

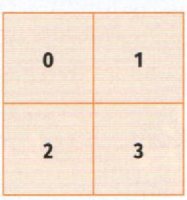
2. En déduire la probabilité qu'un dossier soit frauduleux.

49 [Modéliser.]

On considère le dessin ci-dessous constitué de quatre carrés de même dimension.

On dit que deux carrés sont adjacents s'ils se touchent par l'un de leurs côtés.

Par exemple, les carrés 1 et 2 sont adjacents au carré 0 mais pas le carré 3.



À l'étape 1, le carré 0 est noir. Les autres sont blancs. Au début de l'étape 2 et de toutes les étapes suivantes, un carré devient ou reste noir avec une probabilité de 0,5 si au moins l'un de ses voisins est noir. Cette probabilité est égale à 0,1 si aucun de ses voisins n'est noir.

Réaliser une simulation pour calculer la probabilité que le carré 3 soit noir lors de l'étape 3.

2 Formule des probabilités totales

50 [Modéliser.]

Un piéton arrive à un passage protégé. D'après une étude statistique, on établit que le feu piéton est vert avec une probabilité de 0,45. Si le feu est vert, alors le piéton s'engage sur le passage avec une probabilité de 0,9. Sinon, il s'engage avec une probabilité de 0,3.

1. Représenter cette situation par un arbre de probabilité et le compléter entièrement.

2. Calculer la probabilité que le piéton s'engage sur le passage protégé.

51 [Modéliser.]

Dans une crèche, chaque matin, Alejandra fait la sieste avec une probabilité de 0,7. Si elle a fait la sieste le matin, elle fera à nouveau la sieste avec une probabilité de 0,2. Sinon, elle fera la sieste l'après-midi avec une probabilité de 0,9.

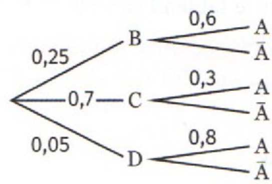
1. Représenter cette situation par un arbre de probabilité que l'on complétera entièrement.

2. Calculer la probabilité qu'elle ne fasse pas du tout la sieste dans la journée.

3. Calculer la probabilité qu'elle fasse la sieste l'après-midi.

52 [Représenter.]

L'arbre ci-dessous modélise une expérience aléatoire et quatre événements A, B, C et D.



1. Recopier et compléter le tableau à double entrée ci-dessous puis en déduire $P(A)$.

	B	C	D	Total
A				
$\bar{A}$				
Total				1

2. Retrouver ce résultat sans utiliser le tableau.

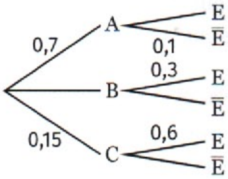
53 [Modéliser.]

Une urne opaque contient trois boules rouges, une boule noire et une boule verte toutes indiscernables au toucher. On procède au tirage, sans remise, de trois boules dont on note la couleur.

Déterminer la probabilité d'obtenir trois boules de couleurs différentes.

54 [Calculer.]

On considère trois événements A, B et C qui forment une partition de l'univers Ω ainsi qu'un événement E. On donne l'arbre de probabilité suivant.

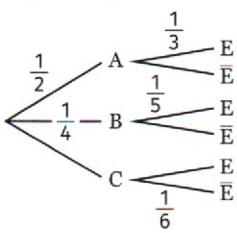


1. Reproduire et compléter cet arbre de probabilité.

2. Calculer $P(E)$.

55 [Calculer.]

On considère trois événements A, B et C qui forment une partition de l'univers Ω ainsi qu'un événement E. On donne l'arbre de probabilité suivant.



1. Reproduire et compléter cet arbre de probabilité.

2. Calculer $P(\overline{E})$.

56 [Modéliser.]

Une étude statistique a permis d'établir les probabilités suivantes :

- la probabilité qu'une voiture soit rouge est de 0,2 ;
- si une voiture est rouge, elle sera volée avec une probabilité de 0,01 ;
- si elle est d'une autre couleur, elle sera volée avec une probabilité de 0,03.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.

2. Quelle est la probabilité que la voiture soit volée ?

57 [Modéliser.]

On lance un dé non truqué à six faces numérotées de 1 à 6 et on note le résultat obtenu. Si le résultat est pair, on lance un dé non truqué à 20 faces numérotées de 1 à 20.

Si le résultat est impair, on lance un dé non truqué à huit faces numérotées de 1 à 8.

Quelle est la probabilité pour que le résultat du deuxième dé soit un nombre premier ?

58 [Chercher.]

Dominique souhaite réaliser un exercice pour préparer sa fille Camille au bac. Si elle lui propose un exercice de géométrie, la probabilité que Camille réussisse est égale à 0,9. Si elle lui propose un exercice d'algèbre, la probabilité que Camille réussisse est égale à 0,45.

Dominique ne sait pas quoi choisir et va laisser les probabilités choisir pour elle. Elle souhaite que Camille réussisse son exercice avec une probabilité d'au moins 80 %.

Sachant cela, quelle doit être la probabilité minimale que Dominique choisisse un exercice de géométrie ?

59 [Calculer.]

On considère deux événements A et B tels que $P(A) = 0{,}6$, $P(B) = 0{,}4$ et $P_A(B) = 0{,}5$.

Calculer $P_{\overline{A}}(B)$.

60 [Chercher.]

On jette un dé non truqué à 20 faces numérotées de 1 à 20. On note :

- A : « le résultat est pair » ;
- B : « le résultat est l'un des nombres 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 » ;
- C : « le résultat est impair » ;
- D : « le résultat est l'un des nombres 9 ou 15 » ;
- E : « le résultat est un nombre premier ».

1. E et A forment-ils une partition de l'univers ?

2. C et $\overline{B}$ forment-ils une partition de l'univers ?

3. Parmi ces cinq événements, en donner deux qui forment une partition de l'univers.

4. Parmi ces cinq événements, en donner trois qui forment une partition de l'univers.

61 [Chercher.]

Dans la famille Patate, la probabilité de manger de la purée un jour donné est égale à 0,3 si on en a mangé la veille, alors qu'elle est égale à 0,8 si on n'en a pas mangé la veille. Le dimanche, la famille Patate ne mange jamais de purée.

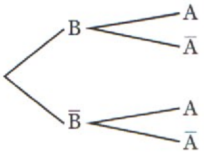
On notera les événements suivants :

- L : « la famille mange de la purée lundi » ;
- M : « la famille mange de la purée mardi ».

Quelle est la probabilité que la famille Patate mange de la purée le mardi ?

62 [Représenter.]

On reprend la situation de l'exercice **41**.



Compléter l'arbre ci-dessus pour qu'il modélise la même situation.

63 [Modéliser.]

En 2018, la répartition des candidats au baccalauréat est la suivante :

- 395 097 pour la filière générale ;
- 156 033 pour la filière technologique ;
- 216 484 pour la filière professionnelle.

Les taux de réussite en pourcentage sont respectivement les suivants : 91,0 % ; 88,8 % et 82,8 %. On choisit un candidat au hasard.

1. Construire un arbre pondéré modélisant l'expérience aléatoire.

2. Déterminer la probabilité de réussir le baccalauréat.

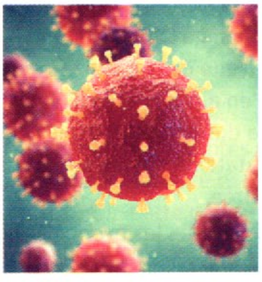
64 [Modéliser.]

Lorsqu'une pie voit un objet brillant, elle vole dans sa direction pour tenter de l'attraper. Une personne se trouve à proximité de l'objet avec une probabilité de 0,7. Dans ce cas, la pie réussit à attraper l'objet dans 20 % des cas.

Sinon, elle y parvient dans 50 % des cas car l'objet n'est pas toujours facilement accessible.

Quelle est la probabilité que la pie attrape l'objet brillant ?

65 [Chercher.]



Lorsqu'elle est exposée au virus de la grippe, une personne peut développer la grippe. Quand elle est vaccinée, la personne exposée ne développe pas la maladie avec une probabilité égale à α. α s'appelle l'efficacité du vaccin.

De plus, on constate que, parmi les personnes exposées, 20 % ne sont ni vaccinées, ni malades.

Cette année, la probabilité qu'une personne exposée soit vaccinée est égale à 0,4.

1. Exprimer, en fonction de α, la probabilité qu'une personne exposée soit vaccinée et ne soit pas malade.

2. Exprimer, en fonction de α, la probabilité qu'une personne exposée soit vaccinée et malade.

3. Pour quelle valeur de α la proportion de personnes exposées qui ne sont pas malades est égale à 50 % ?

66 [Chercher.]

Une fourmi a découvert une source de nourriture et en marque le chemin à l'aide de phéromones. Ainsi, la fourmi suivante aura une probabilité égale à 0,95 de retrouver le chemin de la source de nourriture. Au bout d'un certain temps, la piste de phéromone disparaît et les fourmis suivantes n'ont plus alors qu'une probabilité égale à 0,1 de trouver la source de nourriture. La probabilité que la deuxième fourmi arrive avant la disparition des phéromones est 0,45.

1. Quelle est la probabilité que la seconde fourmi trouve la source de nourriture ?

2. Si la deuxième fourmi a trouvé la source de nourriture, elle dépose à nouveau des phéromones.

Une troisième fourmi cherche la source de nourriture. Elle commence son trajet au moment où les phéromones de la première ont disparu mais où les éventuelles phéromones de la deuxième sont toujours actives. On ignore si la deuxième fourmi a trouvé la nourriture : calculer alors la probabilité que la troisième fourmi trouve la nourriture.

3 Indépendance

67 [Calculer.]

Dans chacun des cas suivants, dire si les événements A et B sont indépendants.

1. $P(A) = 0{,}2$, $P(B) = 0{,}8$ et $P(A \cap B) = 0{,}9$.

2. $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}8$ et $P(A \cap B) = 0{,}32$.

3. $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}3$ et $P(A \cup B) = 0{,}65$.

4. $P(A) = 0{,}48$, $P(B) = 0{,}25$ et $P(A \cap B) = 0$.

68 [Calculer.]

Soient A et B deux événements indépendants tels que $P(\overline{A}) = 0{,}6$ et $P(A \cap B) = 0{,}3$.

Calculer $P(A)$ puis $P(B)$.

69 [Calculer.]

Soient A et B deux événements indépendants tels que $P(A) = 0{,}8$ et $P(A \cap B) = 0{,}32$.

Calculer $P(A \cup B)$.

70 [Raisonner.] DÉMO

Soient A et B deux événements incompatibles de probabilité non nulle.

Démontrer que A et B ne sont pas indépendants.

71 [Calculer.]

On considère deux personnes auxquelles on confie à chacune un jeu de 32 cartes. Ces deux personnes tirent une carte simultanément et sans se voir.
Quelle est la probabilité d'obtenir deux rois ?

72 [Calculer.]

On lance un dé non truqué à six faces et on note les événements suivants :

- A : « le résultat est 4 ; 5 ou 6 » ;
- B : « le résultat est un nombre pair ».

Les événements A et B sont-ils indépendants ?

73 [Calculer.]

On considère deux événements A et B tels que $P(A)=p$, $P(B)=P(\overline{A})$ et $P(A\cap B)=0{,}2p+0{,}15$.

1. Montrer que, pour tout $p\in\mathbb{R}$: $-p^2+0{,}8p-0{,}15=(0{,}3-p)(p-0{,}5)$.

2. Trouver la probabilité p telle que A et B soient indépendants.

74 [Raisonner.]

On considère deux événements A et B tels que $P(A\cap B)=0{,}8$ et $P(A\cup B)=0{,}9$.

1. Montrer que, pour tout $x\in\mathbb{R}$, $x^2-1{,}7x+0{,}8=(x-0{,}85)^2+0{,}0775$.

2. Montrer que A et B ne peuvent pas être indépendants.

75 [Calculer.]

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. Dans chacun des cas suivants, dire si les événements sont indépendants.

1. A : « tirer un roi » et B : « tirer un rouge » ;

2. A : « tirer un roi » et B : « ne pas tirer un as » ;

3. A : « tirer un roi ou tirer une dame rouge » et B : « tirer un rouge ».

76 [Calculer.]

Reprendre l'exercice précédent mais en considérant qu'il manque le roi de cœur dans le jeu (le jeu ne contient donc plus que 31 cartes).

77 [Calculer.]

Dans un collège, les élèves doivent choisir une option parmi « latin » et « théatre » et une langue vivante parmi « allemand » et « italien ».
Le tableau ci-dessous récapitule les différents choix.

	Italien	Allemand	Total
Latin	30	120	150
Théâtre	90	80	170
Total	120	200	320

1. Les événements « faire du latin et de l'italien » et « faire du théâtre » sont-ils indépendants ?

2. Les événements « faire du latin » et « faire de l'allemand » sont-ils indépendants ?

3. Les événements « faire du latin » et « faire du théâtre » sont-ils indépendants ?

78 [Raisonner.] DÉMO

Soit A un événement qui est indépendant de lui-même. Démontrer que l'événement certain est nécessairement A ou $\overline{A}$.

79 [Calculer.]

Dans un magasin de décoration, 20 % des clients achètent de la peinture et 80 % achètent de la tapisserie. Parmi les clients qui achètent de la peinture, la moitié paie à crédit. Parmi les clients qui achètent de la tapisserie, les trois quarts paient à crédit.

1. Décrire la situation par un arbre de probabilité ou un tableau.

2. Les événements « le client paie à crédit » et « le client achète de la peinture » sont-ils indépendants ?

80 [Calculer.]

On choisit au hasard une voyelle selon la loi de probabilité suivante.

Lettre	A	I	O
Probabilité	$0{,}1+0{,}75p$	$0{,}1+1{,}5p$	$0{,}3-1{,}5p$

Lettre	E	Y	U
Probabilité	$0{,}05+0{,}25p$	$0{,}2+0{,}5p$	$0{,}25-1{,}5p$

Trouver p pour que les événements « obtenir une des lettres de OUI » et « obtenir une des lettres de YOU » soient indépendants.

AIDE

On pourra montrer que :
$3{,}75p^2+0{,}25p-0{,}0625=3{,}75(p-0{,}1)\left(p+\frac{1}{6}\right)$.

81 [Modéliser.]

À un croisement, se trouve un feu tricolore dont les feux sont alternativement vert, rouge ou orange avec des probabilités respectives de 0,4 ; 0,5 et 0,1. Des cyclistes empruntent régulièrement ce croisement et une étude statistique a permis de déterminer les résultats suivants :

- si le feu est vert, le cycliste passe avec une probabilité de 1 ;
- si le feu est orange, le cycliste passe avec une probabilité de 0,1 ;
- si le feu est rouge, le cycliste passe avec une probabilité de 0,02.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.

2. Calculer la probabilité que le cycliste ne s'arrête pas au feu tricolore.

3. Calculer la probabilité que le feu soit vert, sachant que le cycliste ne s'est pas arrêté au feu.

82 [Modéliser.]

Dans un club sportif regroupant 250 adhérents, on choisit un membre au hasard et on considère les événements suivants :

- F : « l'adhérent est une femme » ;
- J : « l'adhérent est un jeune » ;
- C : « l'adhérent participe à des compétitions ».

On sait que 115 adhérents sont des femmes, 75 sont des jeunes et 45 sont des jeunes femmes.

1. Déterminer la probabilité $P_J(F)$ et $P_J(\overline{F})$.

2. Parmi les femmes, il y a 50 compétiteurs.

En tout, 45 jeunes sont compétiteurs, dont 25 femmes.

100 hommes ne font pas de compétition.

a. Réaliser un diagramme de Venn présentant la répartition des membres dans le club.

b. En déduire la probabilité que le membre soit un homme sachant que c'est un jeune compétiteur.

c. Quelle est la probabilité que le membre soit un homme sachant que c'est un compétiteur ?

3. Combien d'arbres pondérés faisant intervenir F, J et C peut-on imaginer ?

83 [Modéliser.]

Pour savoir si un courriel est indésirable, on lui fait passer un test. On note T l'événement « le test est positif » et S l'événement « le courriel est un spam ». Les probabilités liées à T et S sont récapitulées dans le tableau ci-dessous.

	S	$\overline{S}$	Total
T	0,23		
$\overline{T}$		0,73	
Total	0,25		

1. Quelle est la probabilité pour que le test ne donne pas un résultat fiable ?

2. Quelle est la probabilité pour que le test soit négatif sachant que le mail est un spam ?

3. Quelle est la probabilité que le test soit positif sachant que le mail n'est pas un spam ?

4. Si l'on applique ce test sur dix courriels indépendamment les uns des autres et sans savoir si ce sont des spams ou pas, quelle est la probabilité qu'aucun test ne soit positif ?

5. Quelle est alors la probabilité qu'aucun courriel ne soit un spam ?

6. Si on répète quatre fois le même test sur un spam, chaque test étant supposé indépendant des autres, quelle est la probabilité que le test soit négatif à chaque fois ?

84 [Représenter.]

Une fourmi se déplace sur les cases ci-dessous en partant de la case A. Pour son premier mouvement elle se déplace vers la droite ou la gauche avec une probabilité de $\frac{1}{2}$. Si elle se déplace à droite, elle ira à nouveau à droite avec une probabilité de 60 %. Si elle se déplace à gauche, elle ira à nouveau à gauche avec une probabilité de 80 %.

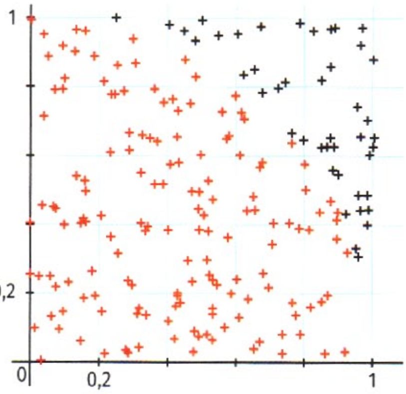
		A		

Quelle est la probabilité que la fourmi sorte du quadrillage après le troisième mouvement ?

85 PYTHON [Modéliser.]

LABO PYTHON

Pour calculer une approximation de π, on choisit au hasard et indépendamment n points dont l'abscisse et l'ordonnée sont toutes les deux entre 0 et 1. On calcule alors la proportion de points situés à l'intérieur du disque de rayon 1 et de centre O.



1. L'algorithme suivant teste si le point est à l'intérieur du disque de rayon 1 et de centre O. Recopier et compléter la ligne 6.

```
1   Intérieur ← 0
2   n ← 1000
3   Répéter n fois :
4       abscisse ← nombre aléatoire entre 0 et 1
5       ordonnée ← nombre aléatoire entre 0 et 1
6       Si ...
7           Intérieur ← Intérieur + 1
8       Fin Si
9   Fin Répéter
10  Estimation ← Intérieur ÷ n
11  Estimation ← 4 × Estimation
```

2. Programmer cet algorithme à l'aide de Python.

3. Les sept premiers chiffres de l'écriture décimale de π sont 3,141592. Donner une valeur approximative de n pour obtenir les quatre premiers chiffres corrects avec l'algorithme. Conclure.

86 [Modéliser.]

Un jeu de hasard consiste à tirer une carte dans un jeu de 32 cartes. Si la carte est rouge, le joueur, sans remettre la carte, recommence avec une probabilité de 0,9. Si la carte est noire, le joueur recommence, sans remettre la carte, avec une probabilité de 0,6.

1. Quelle est la probabilité de tirer deux cartes ?

2. Représenter cette situation par un arbre de probabilité et le compléter.

3. Quelle est la probabilité de tirer deux cartes rouges ?

4. Quelle est la probabilité d'obtenir une carte rouge et une carte noire ?

87 [Modéliser.]

André est un piètre pêcheur : la probabilité qu'il réussisse à pêcher un poisson est égale à 0,3 chaque jour.

1. En supposant que le résultat de sa pêche est indépendant du résultat de la pêche du jour précédent, déterminer la probabilité qu'il attrape un poisson quatre jours de suite.

2. En supposant cette fois que la probabilité d'une pêche fructueuse augmente de 0,5 le jour suivant un échec et de 0,15 le jour suivant une réussite, calculer la probabilité qu'il attrape un poisson deux jours de suite puis la probabilité qu'il en attrape un trois jours de suite.

88 EN MÉDECINE [Modéliser.]

Votre ami vient de passer les tests de dépistage d'une maladie rare et incurable qui touche une personne sur 100 000. Malheureusement, le test est positif. Espérant une erreur de diagnostic, votre ami a demandé quelle était la probabilité d'une erreur : le spécialiste lui a répondu que, pour 99 % des malades, le résultat est positif, alors que, pour 99,9 % des personnes saines, le résultat est négatif.

De manière surprenante, vous réussissez à utiliser ces données pour remonter le moral de votre ami.

Soient M et T les événements :

- M : « la personne est malade » ;
- T : « le test est positif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant l'expérience.

2. Déterminer la probabilité qu'une personne choisie ait un test positif.

3. Déterminer la probabilité qu'une personne soit malade, sachant que le test est positif.

4. Rassurer votre ami.

Dans la vie professionnelle

Le/la biochimiste travaille en laboratoire et effectue des recherches pour mieux comprendre les propriétés de la matière vivante. En particulier, il/elle peut s'intéresser aux effets d'un médicament, d'un sérum ou d'un vaccin sur notre organisme pour en concevoir de nouveaux, rapporter les résultats observés et faire éventuellement des recommandations. Durant tout le processus, les probabilités sont présentes.